

Перечислимость описаний

Задача

Является ли

- (a) перечислимым
- (b) ко-перечислимым

множество описаний машин Тьюринга, останавливающихся на пустом входе?

Решение

- (a) Пусть $\{M_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ – множество всех описаний машин Тьюринга.
Опишем алгоритм, перечисляющий множество машин Тьюринга, останавливающихся на пустом входе:
На шаге k алгоритма выполним последовательно 1 переход для машин $M_1 \dots M_k$ и выпишем номера тех машин, которые остановились на данном шаге.
Таким образом, если машина M_s останавливается после t переходов, то ее номер s будет выписан через $s + t$ шагов алгоритма.
Следовательно, данное множество перечислимо.
- (b) Заметим, что данное множество неразрешимо, так как его разрешимость эквивалентна разрешимости задачи об остановке.
По теореме Поста, если множество перечислимо и ко-перечислимо одновременно, то оно разрешимо.
Следовательно, так как данное множество перечислимо (см. п. (a)), оно не ко-перечислимо.

Ответ

- (a) Да
- (b) Нет